25 వికిరణ మరియు ద్రవ్యముల ద్వంద్వ స్వభావం

మీరందరూ సినిమా చూసే ఉంటారు. సన్నివేశాలను రికార్డు చేసిన ఫిల్మ్ గుండా కాంతిని ప్రసారం చేసినప్పుడు తెరపై సినిమా కనిపిస్తుంది. కాని ధ్వని ఎలా వినిపిస్తుందో ఎప్పుడయినా ఆలోచించారా? ధ్వనిని ఫిల్మ్ పక్క భాగంలో రికార్డ్ చేస్తారు. కాంతి కిరణం ధ్వనిగల పట్టీ ద్వారా ఒక కాంతి ఘటంపై పడినప్పుడు అది విద్యుత్ స్పందనగా (pulse) మారుతుంది. ఈ విద్యుత్ స్పందనలను ధ్వనిగా మారుస్తారు. ఈ పాఠంలో మీరు కాంతి ఘటం (photo cell) పనిచేయడం వెనక ఉన్న ఫలితాన్ని గురించి చదువుతారు. దీన్ని కాంతి విద్యుత్ ఫలితం (photo electric effect) అంటారు. దీన్ని చౌరబాట్లను గుర్తించే బర్గులర్ అలారంల (Burglar alarm) లో వాడతారు. ఐన్‌స్టీన్ వివరించిన కాంతి విద్యుత్ ఫలితం, డి బ్రోగ్లీ తన తరంగ-కణ ద్వంద్వ ప్రవృత్తి అనగా ద్రవ్యం తరంగంగాను, కణంగానూ ఉండే ధర్మాన్ని గుర్తించడానికి ఉపయోగపడింది.

ఒక కణ లక్షణాలను దాని దిశ, పరిమాణం, వేగం, ద్రవ్యవేగం మొదలైన వాటి ఆధారంగా వివరిస్తాం అని మీకు తెలుసు. దీని చలనాన్ని న్యూటన్ సూత్రాల ఆధారంగా వివరిస్తారు. మరోవైపు తరంగ లక్షణాలను వాటి దేశ కాలాల (space-time) లో ఆవర్తకం, తరంగదైర్ఘ్యం, కంపన పరిమితి, పౌనఃపున్యం, తరంగ వేగం మొదలైన వాటి ఆధారంగా వివరిస్తాము. ఇది ద్రవ్యాన్ని కాక శక్తిని మాత్రమే అభిగమనం చేస్తుంది. తరగం, కణంలా ఒకే చోట ఉండదు. ఇది అంతరాళంలో విస్తరించి ఉంటుంది. వివిధ పరిస్థితులలో ఒకే పదార్థం కణంగానూ, తరంగంగానూ ప్రవర్తించే గుణాన్ని తరంగ-కణ ద్వంద్వ స్వభావం అంటారు. డి బ్రోగ్లీ వాదన సరళమైంది. ప్రకృతి సరళత్వాన్ని, సౌష్ఠవాన్ని ఇష్టపడుతుంది. కొన్నిసార్లు తరంగంగాను, మరి కొన్నిసార్లు కణంగాను ఉంటుంది కాబట్టి ద్రవ్యం కూడా అలాగే ఉండాలి. మీరు ద్రవ్య తరంగాల గురించి 25.4 విభాగంలో తెలుకుంటారు.

లక్ష్యాలు

- కాంతి విద్యుత్ ఫలిత వివరణ
- కాంతి విద్యుత్ ఫలితాన్ని వివరించే ప్రయోగ అమరిక
- కాంతి విద్యుత్ ఉద్గార నియమాల వివరణ
- వికిరణ పౌనఃపున్యం మరియు మందక శక్మం (retarding potential) ల మధ్య గ్రాఫ్ అర్థ వివరణ.
- p ద్రవ్యవేగం గల కణ సహచర్యంలో ఉన్న డి బ్రోగ్లీ ద్రవ్య తరంగం యొక్క తరంగదైర్ఘ్యాన్ని వ్రాయడం.
- ద్రవ్య తరంగాలను సరిచూసే ప్రయోగ అమరిక.

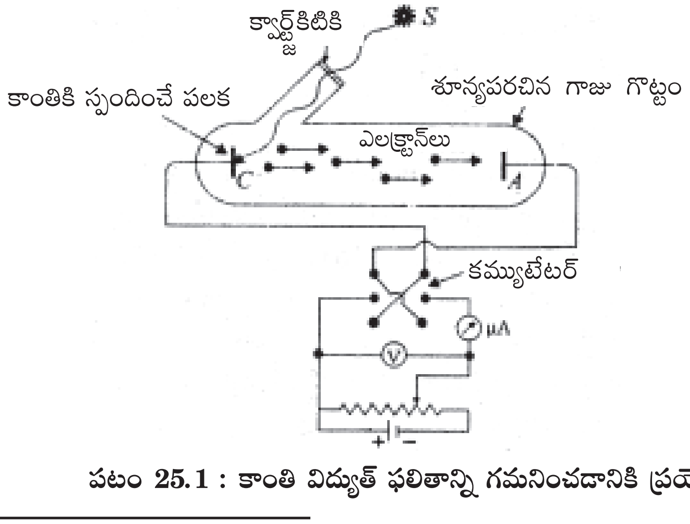
25.1 కాంతి విద్యుత్ ఫలితం

1887 లో విద్యుదయస్కాంత తరంగాల వ్యాపనంపై ప్రయోగాలు చేస్తున్నప్పుడు హెర్ట్జ్ (Hertz) అనే శాస్త్రవేత్త విస్ఫులింగ అంతర ప్రదేశంలోని గాలిని అతినీలలోహిత కిరణాలతో ప్రదీప్తపరచిన అది మంచి వాహకంగా మారుతుందని కనుగొన్నాడు. మరిన్ని ప్రయోగాలవల్ల జింక్‌ను అతినీలలోహిత కిరణాలతో వికిరణానికి గురిచేస్తే అది ధనావేశితం అయ్యిందని తెలిసింది. 1900 సంవత్సరంలో లియోనార్డ్ ఎక్కువ పౌనఃపున్యంగల కాంతిని లోహపు ఉపరితలంపై పతనం చేస్తే అవి ఎలక్ట్రాన్‌లను ఉద్గారం చేస్తాయని చూపించాడు. ఈ దృగ్విషయాన్ని కాంతి విద్యుత్ ఫలితం అని, ఇందులో వెలువడే ఎలక్ట్రాన్‌లను కాంతి ఎలక్ట్రానులని అంటారు.

అభిలక్షణ పౌనఃపున్యం కంటే ఎక్కువ పౌనఃపున్యం ఉన్న కాంతితో లోహాలను వికిరణం చెందించినప్పుడు వాటి నుండి ఎలక్ట్రానులు ఉద్గారం చెందడాన్ని కాంతి విద్యుత్ ఫలితం అంటారు.

25.1.1 కాంతి విద్యుత్ ఫలితాన్ని అధ్యయనం చేయు ప్రయోగ అమరిక

పటం 25.1 ఈ దృగ్విషయాన్ని అధ్యయనం చేసే ప్రయోగానికి వాడే పరికరాల పథాత్మక పటాన్ని సూచిస్తుంది.

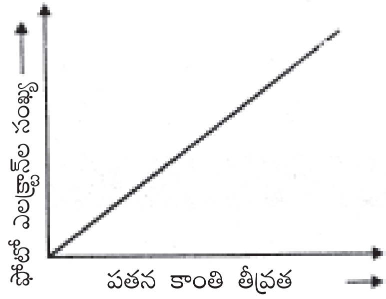


పటం 25.1 : కాంతి విద్యుత్ ఫలితాన్ని గమనించడానికి ప్రయోగ అమరిక

ఒక లోహపు కప్పులో ఉన్న శూన్యపరచిన గాజు గొట్టంలో ఫోటో కాథోడ్ C, లోహపు పలక, A ఉన్నాయి. A ను C ద్వారా ఉద్గారమైన ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లను సంగ్రహించడానికి ఉపయోగిస్తారు. ఎలక్ట్రోడులను, మైక్రో మీటరు మరియు బ్యాటరీల వలయంలో పటం 25.1లో చూపిన విధంగా కలుపుతారు. C తో పోల్చి చూస్తే A పలక వోల్టేజి ధనాత్మకం అయ్యే విధంగా బ్యాటరీని అమరుస్తారు. బ్యాటరీ చివరలను మార్చినపుడు A వద్ద వోల్టేజి ఋణాత్మకం అవుతుంది.

C ద్వారా ఉద్గారమైన ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లను, పతన కాంతి తీవ్రతతో అధ్యయనం చేయుటకు A ను C తో పోల్చినప్పుడు ధనాత్మకంగా ఉండేలా అమరుస్తారు.

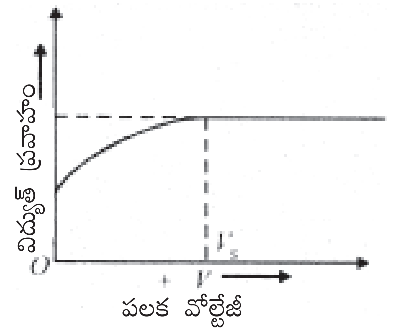
పతన కాంతి పౌనఃపున్యం మరియు త్వరణ శక్మాలను (accelerating potential) స్థిరంగా ఉంచినప్పుడు, ఉపరితలంలోని ఏక ప్రమాణ వైశాల్యంలో ఉద్గారమయ్యే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్య, కాంతి తీవ్రతతో రేఖీయంగా మారుతుంది (పటం 25.2a).



పటం 25.2(a) : పతనకాంతి తీవ్రతతో ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్యలో మార్పు

సందర్భం – 1: C తో పోల్చిన A పలక ధనాత్మకం అయినప్పుడు

మొదట C తో పోల్చిన A ధనాత్మకం అనుకొందాం. ఎక్కువ పౌనఃపున్యం గల కాంతి ఉద్గార పలకపై పడినపుడు అది ఎలక్ట్రాన్‌లను విడుదల చేస్తుంది. C తో పోల్చిన A ఎక్కువ పొటెన్షియల్ కలిగి ఉన్నందున, ఉద్గారమైన ఎలక్ట్రాన్‌లు ఆకర్షణ బలాన్ని అనుభవిస్తాయి. A వోల్టేజిని పెంచితే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల గతిజశక్తి పెరుగుతుంది. బాహ్య వలయంలో చూపబడిన మైక్రో ఆమ్మీటర్‌లో విద్యుత్ పలక A ను చేరే ఎలక్ట్రానులపై ఆధారపడుతుంది. వోల్టేజిని పెంచుతూపోతే ఒక స్థితిలో అన్ని ఉద్గారమైన ఎలక్ట్రాన్‌లను పలక A సంగ్రహించగలుగుతుంది. ఈ స్థితిలో విద్యుత్‌ను సంతృప్త (saturated) విద్యుత్ ప్రవాహం అంటారు. వోల్టేజిని ఇంకా పెంచినా కూడా విద్యుత్త్ పరిమాణం స్థిరంగా ఉంటుంది. పలక వోల్టేజి మార్పుతో విద్యుత్ ప్రవర్తనలో మార్పును పటం 25.2(b) లో చూపించాం. V_S వోల్టేజిని సంతృప్త వోల్టేజి అంటారు.



పటం 25.2 : ఫోటో విద్యుత్ ప్రవాహం పలక వోల్టేజీపై ఆధారపడడం.

సందర్భం – 2: C తో పోల్చిన A పలక రుణాత్మకం అయినప్పుడు

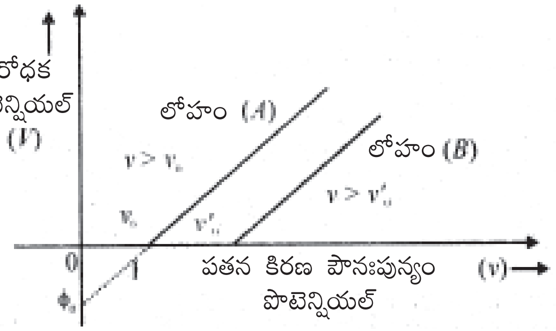
A తో పోల్చిన C రుణాత్మకమై, తగినంత పౌనఃపున్యం గల కాంతి ఉద్గారిపై పతనమైనప్పుడు, C నుండి ఉద్గారమైన ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు మందక శక్మం (retarding potential) ను అనుభవిస్తాయి. కాబట్టి అవి A ను చేరుటకు అవరోధం కలుగుతుంది. అయినా C నుండి వెలువడు కొన్ని ఎలక్ట్రానులు A ను చేరతాయి. దీనివల్ల కాంతి విద్యుత్‌రావడాన్ని మైక్రో ఆమ్మీటర్‌లో చూపవచ్చు. దీని అర్థం ఏమిటి? A మరియు C ల మధ్యగల శక్మ భేదం మాత్రమే ఎలక్ట్రానులు పలకల మధ్య తిరగడానికి కావలసిన బలాన్ని ఇచ్చినట్లయితే ఒక్క ఎలక్ట్రాన్ కూడా పలకవైపు పోకూడదు. కాని కొన్ని ఎలక్ట్రాన్‌లు అవరోధ శక్మమును అధిగమించి పలకను చేరాయి. కారణం వాటికి తొలి గతిజశక్తి ఉంటుంది. దీనిని గమనించిన ఫలితాల ఆధారంగా స్థిరపరచవచ్చు. ఏదైనా పౌనఃపున్యం కలిగిన కాంతి పతనం చెందినప్పుడు, మందశక్మ పరిమాణాన్ని క్రమంగా పెంచితే, ఒక్క ఎలక్ట్రాన్ కూడా పలకను చేరలేని స్థితి వస్తుంది. అప్పుడు విద్యుత్ శూన్యం అవుతుంది.

ఏదేని ఒక పౌనఃపున్యంతో కాంతి పతనమైనప్పుడు ఏ కనిష్ఠ మందశక్మము వద్ద కాంతి విద్యుత్ శూన్యం అవుతుందో, ఆ శక్మాన్ని, ఆ పౌనఃపున్యం నిరోధక పొటెన్షియల్ V_0 (stopping potential) అంటారు.

V_0 నిరోధక పొటెన్షియల్‌కు వ్యతిరేకంగా ఎలక్ట్రాన్ చేసేపని (W) eV_0 అవుతుంది. ఇక్కడ e ఎలక్ట్రాన్ ఆవేశం. ఈ పని ఎలక్ట్రాన్ తన గతిజశక్తిని ఖర్చు చేయడంవల్ల జరుగుతుంది కాబట్టి,

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv^2_{max} \qquad \ldots \qquad (25.1)$$

V_0 నిరోధక పొటెన్షియల్‌కు పతన కిరణ పౌనఃపున్యంపై ఆధారపడుతుందని మిల్లికాన్ (Millikan) కనుగొన్నాడు. నిరోధక పొటెన్షియల్ V_0 కు పతన కాంతి పౌనఃపున్యానికి మధ్య గ్రాఫ్ పటం 25.3లో చూపబడింది. ν_0 అనే అత్యల్ప పౌనఃపున్యం (cut-off) కంటే తక్కువ పౌనఃపున్యం గల కాంతి ద్వారా ఎలక్ట్రాన్ ఉద్గారం జరగదు. దీనిని ఆరంభ పౌనఃపున్యం (threshold frequency) అంటారు.

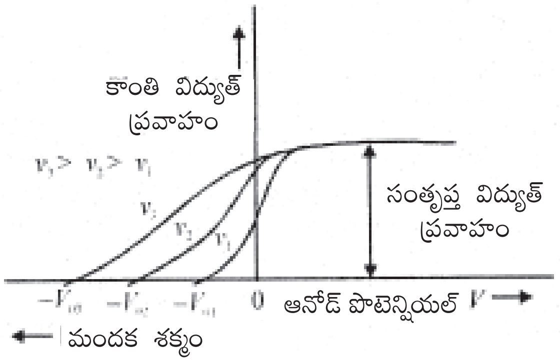


పటం 25.3 నిరోధక పొటెన్షియల్ మరియు పతన కిరణ పౌనఃపున్యం మధ్య గ్రాఫ్

నిరోధక పొటెన్షియల్ పై పతన కాంతి పౌనఃపున్య ప్రభావాన్ని అధ్యయనం చేయుటకు మిల్లికాన్ స్థిరమైన పౌనఃపున్యం గల కాంతి యొక్క తీవ్రతలో మార్పులు చేసాడు. తద్వారా ఆనోడ్ శక్మంతో కాంతి విద్యుత్‌లో మార్పులను అధ్యయనం చేసాడు. ఈయన వివిధ పతనకాంతి పౌనఃపున్యాలకు నిరోధక శక్మాలను కనుగొన్నాడు. పటం 25.4 లో

చూపిన విధంగా అధిక పౌనఃపున్యాలకు నిరోధక శక్మం ఎక్కువ రుణాత్మకంగా ఉంటుంది. అనగా పతన కాంతి పౌనఃపున్యం పెరిగిన ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ గతిజశక్తి కూడా పెరుగుతుంది. అందువల్ల పౌనఃపున్యం పెంచితే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు ఆనోడ్ వైపు వెళ్ళకుండా ఉండటానికి ఎక్కువ అవరోధ శక్మం అవసరం.

ఈ ప్రయోగం నిరోధక శక్మం శూన్యం అయ్యే కట్-ఆఫ్ పౌనఃపున్యం (ν_0) ఒకటి ఉంటుందని నిరూపిస్తుంది. పతనకాంతి లోహంపై పడిన వెంటనే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు విడుదల అవుతాయి. అంటే ఫోటో ఉద్గారం తత్కాలమైనది. పతన కాంతి మసకగా ఉన్నా కూడా ఉద్గారము జరుగుతుంది. కాంతి పతనం అవ్వడానికి ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారమవ్వడానికి మధ్య కాల విలంబన సుమారు 10^{-9} s ఉంటుంది.



పటం 25.4 : కాంతి విద్యుత్

పై విషయాలను కింది విధంగా సమీక్షించవచ్చు.

- ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ గరిష్ఠవేగం, పతన కాంతి పౌనఃపున్యంతో పెరుగుతుంది. ఇది ఉద్గారమయ్యే లోహపు ధర్మాలపై అధారపడి ఉంటుంది.
- ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ గరిష్ఠవేగం పతనకాంతి తీవ్రతపై ఆధారపడదు.
- ప్రతి లోహానికి ఒక ఆరంభ పౌనఃపున్యం ఉంటుంది. దీని కంటె తక్కువ పౌనఃపున్యంలో ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారమవవు.
- ఒక నిర్దిష్ట పౌనఃపున్యానికి ఏక ప్రమాణ వైశాల్యాలు గల తలం నుండి ఉద్గారమయ్యే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్య, పతన కాంతి తీవ్రతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.
- పతనకాంతి లోహంపై పడటం మరియు దాని నుండి ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారమవ్వడంలో కాల విలంబన ఉండదు $(\sim 10^{-9} s)$. ఇంకో విధంగా చెప్పాలంటే ఫోటో విద్యుత్ ఉద్గారమనేది తత్కాలమైన ప్రక్రియ.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 25.1

1. కింది వాక్యాలు సరియైనవో కాదో తెలపండి.

   a) ఉష్ణయానక ఉద్గారాల్లో ఫోటాన్‌ల నుండి ఎలక్ట్రాన్‌లకు శక్తి సమకూరుతుంది.

   ....

   b) ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ గరిష్ఠ వేగం, పతన వికిరణ పౌనఃపున్యంపై ఆధారపడదు.

   ....

   c) ν_0 అనే పౌనఃపున్యం కంటే తక్కువలో ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ ఫలితం జరగదు.

   ....

2. పటం 25.3 ఆధారంగా x, y–అక్షాలతో అంతఃఖండాల వాలును కనుగొని అర్థ వివరణ ఇవ్వండి.

   ....

3. నిరోధక శక్మం ($-V_0$) మరియు పతన కాంతి తీవ్రతల మధ్య రేఖా పటం గీయండి.

   ....

రాబర్ట్ ఎ.మిల్లికాన్ (Robert A.Millikan)

(1868 – 1953)

రాబర్ట్ ఆండ్రూస్ మిల్లికాన్ 22 మార్చి, 1868లో అమెరికాలో జన్మించాడు. డిగ్రి చదివేటప్పుడు ఆయనకు ఇష్టమైన విషయాలు గ్రీకు, గణితం. కాని 1891లో పట్టభద్రుడయిన తరవాత 2 సంవత్సరాలు ప్రాథమిక భౌతికశాస్త్ర ఉపాధ్యాయుడిగా పనిచేసారు. ఈ సమయంలో దీనిపై ఆసక్తి పెంపొందించుకున్నారు. ఉష్ణదీప్తి ఉపరితలంలో ఉద్గారమయ్యే ధ్రువణ కాంతి మీద జరిపిన పరిశోధనకు 1895 లో Ph.D వచ్చింది.

మిల్లికాన్ ఒక సంవత్సరం (1895–1896) జర్మనీలోని బెర్లిన్ విశ్వవిద్యాలయంలో గడిపాడు. చికాగో విశ్వవిద్యాలయంలో కొత్తగా ప్రారంభించిన Ryerson Laboratory లో A.A.మైఖేల్‌సన్ (A.A.Michelson) సహాయకుడిగా పనిచేయుటకు అమెరికాకు వచ్చాడు. 1910లో అదే విశ్వవిద్యాలయంలో ఆచార్యుడయ్యాడు. 1921 వరకు అక్కడే పనిచేసాడు. తైల బిందు (falling oil drop) పద్ధతిలో ఎలక్ట్రాన్ ఆవేశాన్ని కచ్చితంగా కొలవడం అతని తొలి విజయం. అది అన్ని ఎలక్ట్రాన్‌లకు సమానం అని నిరూపించి ఆవేశాన్ని క్వాంటీకరించాడు.

మిల్లికాన్ ఐన్‌స్టన్ కాంతి విద్యుత్ ఫలితాన్ని ప్రయోగ పూర్వకంగా సరిచూసి, ప్లాంక్ స్థిరాంకాన్ని మొదటిసారి కాంతి విద్యుత్ ద్వారా కనుగొన్నాడు. మిల్లికాన్ తన జీవితాంతం వైజ్ఞానిక పత్రికలకు భౌతికశాస్త్ర వ్యాసాలు వ్రాసారు. 1923లో ఆయనకి నోబెల్ బహుమతి వచ్చింది.

25.2 కాంతి విద్యుత్ ఉద్గారం - ఐన్‌స్టీన్ సిద్ధాంతం

1905 సంవత్సరంలో ఐన్‌స్టీన్ కాంతి విద్యుత్ ఫలితానికి సరళమైన, విప్లవాత్మకమైన వివరణ ఇచ్చాడు. కాంతి చాలా శక్తిగల ఫోటాన్‌ల సమూహం అని ఊహించాడు. కట్టివేసిన ఎలక్ట్రాన్ మరియు ఫోటాన్‌ల మధ్య అభిఘాతాలవల్ల కాంతి విద్యుత్ ఫలితం జరుగుతుందని భావించాడు.

ఏకమాత్ర ఫోటాన్ శక్తి

$$E = h\nu \qquad \ldots \qquad (25.2)$$

ఇక్కడ ν పతన కిరణ పౌనఃపున్యం మరియు h ప్లాంక్ స్థిరాంకం.

$h\nu$ శక్తిగల ఫోటాన్ ఒక లోహపు ఉపరితలంపై పతనమైనది అనుకుందాం. లోహం నుండి ఎలక్ట్రాన్ బయటకు వచ్చుటకు కావలసిన శక్తి ϕ_0. దీన్ని వాహకం యొక్క పని ప్రమేయం (work function) అంటారు అని మీకు తెలుసు. వాహక పని ప్రమేయం అనేది, ఆ వాహక ఉపరితలం నుండి ఎలక్ట్రాన్ బయటికి వచ్చుటకు అవసరమైన కనిష్ఠ శక్తి.

పట్టిక 25.1లో కొన్ని లోహాల పని ప్రమేయాలు (eV) వాటికి సంబంధించిన ఆరంభ పౌనఃపున్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి.

పట్టిక 25.1 కొన్ని లోహాల పని ప్రమేయం మరియు ఆరంభ పౌనఃపున్యాలు

లోహం	ϕ_0(eV)	ν(Hz)
సోడియం	2.5	6.07×10^{14}
పొటాషియం	2.3	5.58×10^{14}
జింక్	3.4	8.25×10^{14}
ఇనుము	4.8	11.65×10^{14}
నికెల్	5.9	14.32×10^{14}

ఆల్‌బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ (Albert Einstein)
(1879-1955)

ఆల్‌బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ మార్చి 14, 1879లో వుటన్‌బర్గ్ (Wurtlem berg), జర్మనీలో జన్మించాడు. 1901లో స్విస్ పౌరసత్వం తీసుకున్నారు. ఉపాధ్యాయ వృత్తి లభించనందువల్ల స్విస్ పేటెంట్ కార్యాలయంలో క్లర్క్ గా చేరాడు. అప్పుడే ఖాళీ సమయంలో కాంతి విద్యుత్ ఫలితం, సాపేక్ష సిద్ధాంతాలపై ప్రయోగాలు చేసాడు. 1909లో జ్యూరిచ్‌లో ప్రొఫెసర్‌గా చేరాడు. 1911లో ప్రేగ్ నందు సైద్ధాంతిక భౌతికశాస్త్రంలో ప్రొఫెసర్‌గా పనిచేసి తరవాతి సంవత్సరం తిరిగి జూరిచ్‌కు వచ్చి ప్రొఫెసర్‌గా చేరాడు. 1914లో Kaiser Wilhelm Physical Institute డైరక్టర్‌గా

బెర్లిన్ విశ్వవిద్యాలయంలో ఆచార్యుడిగా చేరాడు. 1914లో జర్మనీ పౌరుడుగా మారాడు. 1921లో కాంతి విద్యుత్ ఫలితానికి నోబెల్ బహుమతి పొందాడు. కాని అతని సాపేక్ష సిద్ధాంతం చాలా ప్రాచుర్యం పొందింది. 1933 వరకు బెర్లిన్‌లోనే ఉన్నాడు. రాజకీయ కారణాలవల్ల జర్మనీ పౌరసత్వాన్ని వదలి అమెరికాకు వలసవెళ్ళాడు. అక్కడ ప్రిన్‌స్టన్ విశ్వవిద్యాలయంలో సైద్ధాంతిక భౌతికశాస్త్రంలో ప్రొఫెసర్‌గా చేరాడు.

1940 లో అమెరికా పౌరసత్వం తీసుకొని 1945లో పదవీ విరమణ చేసాడు. తరవాత జీవితాంతం సాపేక్ష సిద్ధాంతం, ప్రాథమిక బలాల ఏకీకరణపై పనిచేసాడు. ఐన్‌స్టీన్ శాస్త్రంలో మానవతను పెంపొందించాడు. మానవాళిని నాశనం చేయుటకు న్యూక్లియర్ బాంబు వాడడంలో అమెరికా అధ్యక్షుడు రూజ్‌వెల్ట్ అభిప్రాయాన్ని వ్యతిరేకించాడు. ఐన్‌స్టీన్ భూమిపై జన్మించిన గొప్ప శాస్త్రవేత్త. 20వ శతాబ్దపు ముఖ్య శాస్త్రవేత్తగా గుర్తించబడ్డాడు.

ఒక ఫోటాన్ కొంత శక్తి $(E > \phi_0)$తో లోహ ఉపరితలాన్ని తాకిన ఏమవుతుందో అని ఆలోచించారా? మొత్తం శక్తి E లో ϕ_0 భాగం శక్తి లోహపు ఉపరితలం నుండి ఎలక్ట్రాన్‌ను బయటకు రావడానికి ఉపయోగపడుతుందని అనుకుందాం. ఈ శక్తిలో తేడా $\left(E-\phi_0\right)$ అనగా మిగిలిన శక్తి ఎలక్ట్రాన్‌కు గతిజశక్తి రూపంలో ఇవ్వబడుతుంది. (అభిఘాతాల వల్ల ఎలక్ట్రాన్ లోహ ఉపరితలం నుండి బయటికి వచ్చునప్పుడు కొంత శక్తిని కోల్పోతుంది). దీన్ని కింది సమీకరణంలో వ్రాయవచ్చు.

$$h\nu = \phi_0 + k_{max} \qquad \ldots \qquad (25.3)$$

ప్రయోగ ఫలితాలను సిద్ధాంతం ప్రకారము అర్థము చేసికొందాము.

$\phi_0 = h\nu_0$ అనుకొందాము. అప్పుడు పై సమీకరణం ఈ క్రింది విధంగా రాయవచ్చు.

$$k_{max} = \frac{1}{2}mv^2 = h\left(\nu-\nu_0\right) \qquad \ldots \qquad (25.4)$$

పై సమీకరణం కింది అర్థాన్నిస్తుంది.

- V_{max} ధనాత్మకంగా ఉంటే, $V << V_0$ వద్ద ఉద్గారం జరగదు. అంటే పతన కాంతి ఆరంభ పౌనఃపున్యం కంటే ఎక్కువ పౌనఃపున్యం కలిగి ఉండాలి.
- k_{max}, $\left(\nu-\nu_0\right)$ కు రేఖీయ అనుపాతంలో ఉంటుంది.
- ν పౌనఃపున్యం గల పతన కాంతి తీవ్రత పెరిగినచో ఫోటానుల సంఖ్య పెరుగుతుంది. ప్రతి ఫోటాను ఒకే శక్తి కలిగి ఉంటుంది. ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల శక్తి పెరుగదు. కాని తీవ్రత పెరిగినచో ఉద్గార ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్య తద్వారా కాంతి విద్యుత్ పెరుగుతుంది.
- ఫోటాన్ మరియు ఎలక్ట్రాన్‌ల మధ్య అభిఘాతాల వల్ల కాంతి విద్యుత్ ఫలితం ఏర్పడుతుంది. కాబట్టి ఫోటాన్‌ల నుండి శక్తి బదిలీ తత్కాలమైనది. కాల విలంబన ఉండదు.

- పని ప్రమేయం లోహ అభిలక్షణం కాబట్టి, v_0 కాంతి తీవ్రతపై ఆధారపడదు.

ఐన్‌స్టీన్ కాంతి విద్యుత్ ఫలిత సిద్ధాంతం విజయవంతంగా దాని భౌతిక మూలాన్ని వివరిస్తుంది.

పై భావనను పూర్తిగా అర్థంచేసుకోవడానికి భౌతిక రాశుల గురించి ఒక అవగాహనకు రావడానికి ఈ కింది ఉదాహరణలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించి అర్థం చేసుకోండి.

ఉదాహరణ 25.1: సోడియం పని ప్రమేయం 2.3 eV అయిన వీటిని గణించండి. i) దాని ఆరంభ పౌనఃపున్యం ii) 5×10^{-7} m తరంగదైర్ఘ్యం గల కాంతిని సోడియంపై ప్రదీపనం చేసిన వెలువడే ఫోటోఎలక్ట్రాన్‌ల గరిష్ఠ వేగం iii) ఈ తరంగదైర్ఘ్యం గల కాంతి నిరోధక పొటెన్షియల్. ఇచ్చిన విలువలు $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js, $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}, 1 eV = 1.6×10^{-19} J మరియు ఎలక్ట్రాన్ ద్రవ్యరాశి (m) = 9.1×10^{-31} kg.

సాధన: i) ఆరంభ పౌనఃపున్యం $hv_0 = \phi_0$, ఇక్కడ $h = 6.6\times10^{-34}$ Js మరియు

$$\phi_0 = 2.3 \text{ eV} = 23\times1.6\times10^{-19}\text{J}$$

$$v_0 = \frac{\phi_0}{h} = \frac{2.3\times1.6\times10^{-19}\text{J}}{6.6\times10^{-34}\text{Js}} = 5.6\times10^{14}\text{Hz}$$

ii) ఐన్‌స్టీన్ కాంతి విద్యుత్ సమీకరణం నుండి

$$hv = \phi_0 + k_{max} = \phi_0 + \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

$$E = h\times\frac{c}{\lambda} = \phi_0 + \frac{1}{2}\left(mv_{max}^2\right)$$

ఇక్కడ c కాంతి వేగం, λ తరంగదైర్ఘ్యం. ఇచ్చిన విలువలను ప్రతిక్షేపించగా

$$E = \frac{\left(6.6\times10^{-34}\text{Js}\right)\left(3\times10^{8}\text{ms}^{-1}\right)}{5\times10^{-7}\text{m}} = 3.96\times10^{-19}\text{J}$$

$$3.96\times10^{-19} = 2.3\times1.6\times10^{-19} + \frac{1}{2}\text{m } v_{max}^2$$

$$= 3.68\times10^{-19} + \frac{1}{2}\text{m } v_{max}^2$$

$$\therefore \qquad v_{max}^2 = \frac{2\times0.28\times10^{-19}}{m} = \frac{2\times0.28\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}$$

$$\therefore \qquad v_{max} = \sqrt{\frac{0.56\times10^{-19}\,J}{9.1\times10^{-31}kg}} = 2.5\times10^5 ms^{-1}$$

iii) నిరోధక పొటెన్షియల్ v_0 ను ఈ కింది ఇవ్వబడింది.

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$V_0 = \frac{0.28\times10^{-19}\,J}{1.6\times10^{-19}\,JV^{-1}} = 0.18V$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 25.2

1. పౌనఃపున్యం ν గల ఫోటాన్ ద్రవ్యవేగం కనుగొనండి.

   ....

2. విద్యుదయస్కాంత వికిరణ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని రెండింతలు చేసిన, ఫోటాన్ శక్తి ఏవిధంగా మారుతుంది?

   ....

3. పతన వికిరణ తీవ్రతను రెండింతలు చేసిన, ఉద్గార ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల గతిజశక్తి ఎలా మారుతుంది?

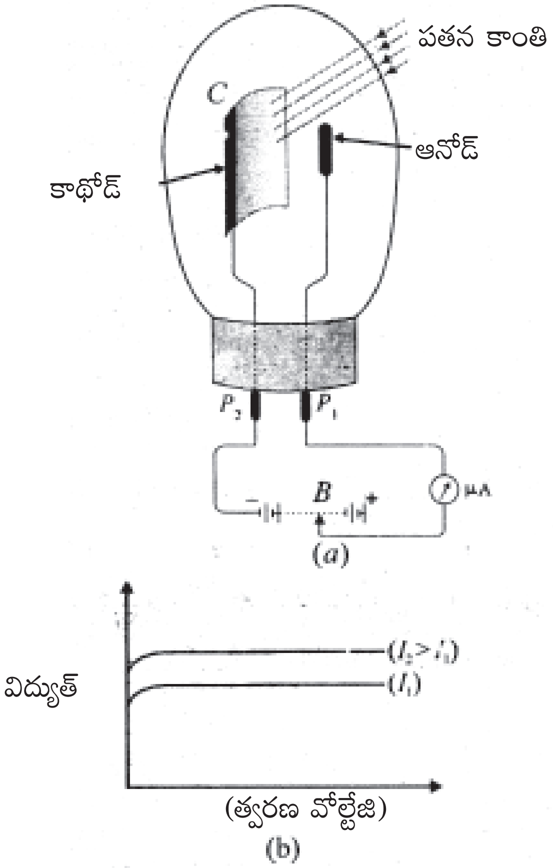
   ....

25.3 ఫోటో విద్యుత్ నాళం

మీరు కాంతి విద్యుత్ ఫలితాన్ని క్షుణ్ణంగా చదివారు. ν_0 కంటె అధిక పౌనఃపున్యం గల కాంతి లోహంపై పడినప్పుడు ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారం అవుతాయని మీకు తెలుసు. వీటి గతిజశక్తులు వేరుగా ఉంటాయి. అంతేకాక ఎలక్ట్రాన్‌ల ప్రవాహం విద్యుత్‌ను ఇస్తుంది.

ఫోటో విద్యుత్ నాళం కాంతి విద్యుత్ ఫలితంపై ఆధారపడింది.

ఫోటో విద్యుత్ నాళం రిక్తీకృత గాజు పాత్రను కలిగి ఉంటుంది. ఇందులో అర్ధ స్థూపాకార కాథోడ్, తీగలాంటి ఆనోడ్‌లు ఉంటాయి. కాథోడ్ తక్కువ పని ప్రమేయం గల లోహంలో పూతపూయబడి ఉంటుంది. అందువల్ల ముందే నిర్ణయించబడిన పౌనఃపున్యంతో కాంతి పతనమయినప్పుడు కచ్చితంగా ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారం అవుతాయి. ఈ పూత ఎన్నిక ఫోటోనాళిక అనుక్రియకవసరమయ్యే ఆరంభ పౌనఃపున్యం పై ఆధారపడుతుంది.



పటం 25.5 : ప్రవాహం మరియు త్వరణ – వోల్టేజీల మార్పు

ఆనోడ్‌ను సాధారణంగా నికెల్ లేదా ప్లాటినంతో చేస్తారు. గాజు పాత్ర నుండి బయటకు వచ్చిన P_1 మరియు P_2 ల ద్వారా విద్యుత్ సంధానం చేస్తారు. త్వరణ వోల్టేజి ఏర్పరచడానికి కోసం ఆనోడ్ మరియు కాథోడ్‌ల మధ్య బ్యాటరీని మరియు మైక్రో ఆమ్మీటరును వలయంలో కలుపుతారు. బ్యాటరీపై ఉన్న గుర్తు వోల్టేజిని మార్చవచ్చునని తెలుపుతుంది. వలయంలోని మైక్రో ఆమ్మీటరు కరెంటును కొలుస్తుంది (పటం 25.5a).

ఫోటో విద్యుత్ నాళిక పనిచేయు విధానాన్ని అర్థం చేసుకొనుటకు, ఆరంభ పౌనఃపున్యం కన్నా ఎక్కువ పౌనఃపున్యం కలిగిన కాంతి కాథోడ్‌పై పతనం అవుతుందని అనుకుందాం. కాథోడ్, ఆనోడ్‌ల మధ్య త్వరణ శక్మం శూన్యం అయినా కూడా కొన్ని ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌లు ఉద్గారమవుతాయి. ఇవి స్థిరగతిజ శక్తితో కాథోడ్ నుండి వెలువడి ఆనోడ్ వైపు ప్రవహిస్తాయి. దీని వల్ల వెలువడే విద్యుత్‌ను మైక్రో ఆమ్మీటరుతో పరిశీలించవచ్చు. త్వరణ వోల్టేజిని కొంత పెంచిన ఏమి జరుగుతుందో చూద్దాం. ఆనోడ్ నుండి ఎక్కువ ఎలక్ట్రాన్‌ల విడుదల అయి తద్వారా విద్యుత్ పరిమాణం పెరుగుతుంది. దీనిని పటం 25.5b లో చూడవచ్చు.

కాథోడ్, ఆనోడ్‌ల మధ్య వోల్టేజిని పెంచుతూపోయిన ఫోటో విద్యుత్ నాళికలో విద్యుత్ కూడా పెరుగుతుంది. అయితే ఎక్కువ వోల్టేజి వద్ద విద్యుత్ సంతృప్తమై (saturate) స్థిరంగా ఉంటుంది. పటం 25.5 (b) లో దీన్ని చూడవచ్చు. సంతృప్త విద్యుత్ విలువ పతన కాంతి తీవ్రతపై ఆధారపడుతుంది. దీని పరిమాణం నానో ఆంపియర్ ($\sim 10^{-9}$A)లలో ఉంటుంది. పటం 25.5b లో చూపిన దాన్నిబట్టి **కాంతి తీవ్రత పెంచిన సంతృప్త విద్యుత్ కూడా పెరుగుతుంది.**

25.3.1 అనువర్తనాలు

కాంతి శక్తిని విద్యుత్‌గా మార్చే అన్ని ప్రక్రియల్లో ఫోటో విద్యుత్ ఘటం యొక్క అనువర్తనాలు ఉంటాయి.

i) **సినిమాటోగ్రాఫిలో ధ్వనిని ప్రత్యుత్పాదన చేయడంలో** సినిమా ఫిల్మ్‌లో ధ్వనిని ప్రత్యుత్పత్తి చేయడం ఫోటో విద్యుత్ ఘటం యొక్క ముఖ్య ఉపయోగాల్లో ఒకటి. ఫిల్మ్‌పై ధ్వని పట్టీ, ఏకరీతి వెడల్పుతో, ధ్వని పౌనఃపున్యంలో మార్పుల కనుగుణంగా మారుతున్న తీవ్రతగల పట్టీ. కాంతి ఈ పట్టీ గుండా ప్రసరించి ఫోటో విద్యుత్ ఘటంలోని కాథోడ్ మీద పడుతుంది. శ్రావ్యత పౌనఃపున్యాల మార్పులపైన వలయంలో ఏర్పడే విద్యుత్‌లో కలిగే మార్పులు ఆధారపడి ఉంటాయి. ఈ విద్యుత్‌ను నిరోధకం ద్వారా ప్రవహించేలా చేస్తారు. నిరోధకం మీది వోల్టేజిని వర్ధనం చేసి దాన్ని లౌడ్ స్పీకర్ (loud speaker) కు అనుసంధానం చేస్తారు. ధ్వని పట్టిపై రికార్డు చేసిన ధ్వనిని లౌడ్‌స్పీకర్ ప్రత్యుత్పాదన చేస్తుంది. దీని గురించి మరికొంత ఫోటోగ్రఫి, వీడియో రికార్డింగుల పాఠంలో తెలుసుకొంటారు.

ii) **చిత్రాలను దూర ప్రాంతాలకు ప్రసారం చేయుటకు:** ఫోటో విద్యుత్ నాళాలను చిత్రాలను దూర ప్రాంతాలకు ప్రసారం చేసే వ్యవస్థలో వాడతారు. దీన్ని ఫోటో టెలిగ్రఫీ (photo telegraphy) అంటారు.

iii) **వేరే ఉపయోగాలు:** వస్తువులను, జీవాలను గణించే వ్యవస్థల్లో ఫోటో విద్యుత్ నాళాలను వాడతారు. వీటిని బర్గులర్ అలారం (Burglar alaram) ఫైర్ అలారం (Fire alarm) ట్రాఫిక్ నియమాలను ఉల్లంఘించే వారిని పట్టుకొను పరికరాల్లో, టెలివిజన్ కెమెరాల్లో స్కానింగ్ కోసం, సన్నివేశాలను ప్రసారం చేయుటకు, పరిశ్రమల్లో లోహాల్లో లోపాలను కనుగొనుటకు వాడతారు.

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 25.3

1. కింది వాక్యాలు సరియైనవో కావో తెలపండి.

   a) ఫోటో నాళికలోని కాథోడ్, ఆనోడ్‌తో పోల్చిన ధనాత్మకంగా ఉండేట్లు చేయబడుతుంది.

   ....

   b) ఫోటో నాళంలో సంతృప్త విద్యుత్, పతన వికిరణ పౌనఃపున్యంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

   ....

   c) ఫోటో డయోడ్ సంతృప్త విద్యుత్, పతన కాంతి తీవ్రతతో పెరుగుతుంది.

   ....

2. ఫోటో విద్యుత్ నాళిక యొక్క మూడు అనువర్తనాలను తెలపండి.

   ....

ముందు భాగంలో ఐన్‌స్టీన్ సిద్ధాంతం, ఫోటో విద్యుత్ ఫలితాన్ని మరియు కాంతి ఫోటాన్‌లను కలిగి ఉంటుందన్న విషయాన్ని తెలుసుకున్నారు. తరంగ సిద్ధాంతంతో వ్యతికరణం, వివర్తనం అనే దృగ్విషయాలను వివరించవచ్చని కూడా తెలుసుకొన్నారు. కాంతి ద్వంద్వ స్వభావాన్ని 20వ శతాబ్దపు మొదట్లో శాస్త్రజ్ఞులు అంగీకరించారు. కాని కాంతి తరంగ–కణ ద్వంద్వ స్వభావం గురించి డి బ్రోగ్లీ కొన్ని ప్రశ్నలు వేసుకున్నాడు. కాంతి ద్వంద్వ స్వభావం కలిగి ఉన్న ద్రవ్యం కూడా తరంగ స్వభావం కలిగి ఉండదా? ఈ ప్రశ్నకు సరియైన సమాధానమే డి బ్రోగ్లీ పరికల్పన.

25.4 డి బ్రోగ్లీ పరికల్పనలు

ప్రకృతి సౌష్టవంగా, భౌతిక దృగ్విషయాలు సరళంగా ఉండడానికి ఇష్టపడతాయని యువ డిగ్రీ విద్యార్థి అయిన డి బ్రోగ్లీ వాదించాడు. సాధారణ కణాలైన ఎలక్ట్రాన్, ప్రోటాన్‌లు కూడా కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాల్లో తరంగ స్వభావాన్ని వ్యక్తపరుస్తాయి. అతని వాదన కింది విధంగా ఉంటుంది.

కాంతి అనేది విద్యుదయస్కాంత వికిరణం. అది తరంగ కణ ద్వంద్వ స్వభావం కలిగి ఉంటుంది. అందువల్ల ఐన్‌స్టీన్ ప్రతిపాదించిన ద్రవ్యరాశి – శక్తి ($E = mc^2$) సమీకరణం కాంతిని క్వాంటీకరించిన ఫోటాన్ కణంగా భావిస్తుంది. ఈ సమీకరణం నిజం అవ్వాలంటే కణం కూడా తరంగ రూపం కలిగి ఉండాలి. అందువల్ల ద్రవ్య తరంగాల తరంగదైర్ఘ్యం, పౌనఃపున్యాలను, ద్రవ్యవేగాన్ని, శక్తిని కనుగొనడం ద్వారా (ఫోటాన్‌లలో మాదిరిగానే) కనుగొనచవచ్చు అని ప్రతిపాదించాడు. P కణ ద్రవ్యవేగం λ తరంగదైర్ఘ్యం, $E = Pc$ అయిన

$$\lambda = \frac{h}{P} \qquad \ldots \qquad (25.5)$$

అటువంటి కణ ద్రవ్యవేగం $P = mv$ కాబట్టి

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad \ldots \qquad (25.6)$$

λ ను డీ బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యం అంటారు (25.5) తరంగ కణ ద్వంద్వ స్వభావాలను తెలిపే పూర్తి సమీకరణం. అంటే P ద్రవ్యవేగం గల కణం తరంగ ధర్మాలను కలిగి ఉంటుంది. మరియు దానితో కలిసి ఉన్న తరంగదైర్ఘ్యం $\frac{h}{P}$. దీని విలోమం కూడా సత్యమే. అంటే λ తరంగదైర్ఘ్యం $\frac{h}{\lambda}$ కలిగి ఉంటుంది.

ఈ పరికల్పనలను డి బ్రోగ్లీ తన Ph.D థీసిస్‌గా సమర్పించగా మొదట నిరాకరించారు. తరవాత జరిపిన ప్రయోగాలు డి బ్రోగ్లీ వాదన సరియైనదని నిరూపించాయి. మనం దీనివల్ల నేర్చుకోవలసింది ఏమంటే వచ్చిన ప్రతి ప్రతిపాదనను క్షుణ్ణంగా విశ్లేషించి ప్రయోగపూర్వకంగా రుజువు చేసుకోవాలి.

స్థూల రూపంలో ఉన్న దేనికైనా సరియైన తరంగదైర్ఘ్యం అవిస్తారంగా చిన్నది. ఒక క్రికెట్ బంతికి λ ను లెక్కించడం ద్వారా దీన్ని గమనించవచ్చు. కాని ప్రాథమిక కణమైన ఎలక్ట్రాన్‌కు ఇది వేరు. V శక్మ భేదం ద్వారా త్వరణం చెందుతున్న ఎలక్ట్రాన్ శక్తి E అయిన కింది విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad \ldots \qquad (25.7)$$

లేదా $$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

అందువల్ల $$mv = P = \sqrt{2qmV} \qquad \ldots \qquad (25.8)$$

పై ఫలితాన్ని సమీకరణం (25.5) కలిపిన, డి బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యం

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2qmV}} \qquad \ldots \qquad (25.9)$$

పై సమీకరణంలోని స్థిరాంకాలు $h = 6.625\times10^{-34}\,Js$, $q = 1.602\times10^{-19}\,C$, $m = 9.11\times10^{-31}kg$. ఈ విలువలను పై సమీకరణంలో ప్రతిపాదించగా

$$\lambda = \frac{6.625\times10^{-34}\,Js}{\sqrt{2\times\left(1.602\times10^{-19}C\right)\times\left(9.11\times10^{-31}kg\right)\times\sqrt{V}}}$$

$$= \frac{12.3}{\sqrt{V}}\times10^{-16}\,m$$

$$= \frac{12.3}{\sqrt{V}}\ A^o. \qquad \ldots \qquad (25.10)$$

ఒక ఎలక్ట్రాన్ 100 V శక్మ భేదం ద్వారా త్వరణంచెందిన, దాని తరంగదైర్ఘ్యం

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{100}}\,A^o.$$

$$= 123\ A.$$

అంటే ఇది 100 eV శక్తి కలిగిన ఎలక్ట్రాన్ తరంగదైర్ఘ్యం. దీన్ని ఈ కింది సమీకరణం ద్వారా సరిచూసుకోవచ్చు.

$$\lambda = \frac{h}{(2meE)^{1/2}}$$

100 eV ఎలక్ట్రాన్ సహచర్యంగల ద్రవ్య తరంగాల తరంగదైర్ఘ్యం, x-కిరణ ప్రాంతంలో ఉంటుంది. అది ఘన పదార్థంలోని పరమాణువుల మధ్య దూరం ఘాతంలో ఉంటుంది. అందువల్ల ఇవి స్ఫటికజాలకం గుండా వివర్తనం చెందుతుందని భావించవచ్చు.

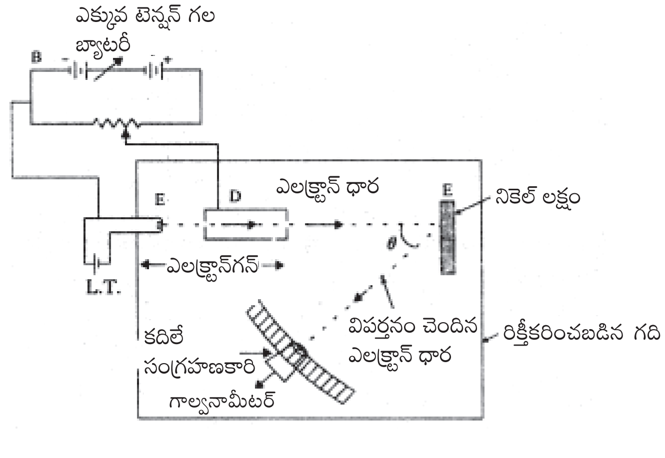
ద్రవ్య తరంగాల ప్రయోగాత్మక రుజువు డివిసన్, గ్రామర్‌లు ఎలక్ట్రాన్‌ల పరిక్షేపణం అధ్యయనం చేస్తున్నప్పుడు దొరికింది. ఇప్పుడు దీని గురించి చదువుదాం.

లూయిస్ విక్టర్ డి బ్రోగ్లీ (Louis Victor de Broglie)
(1892–1987)

లూయిస్ డీ బ్రోగ్లీ 15 ఆగస్టు 1892లో ఫ్రాన్స్‌లోని డిప్పిలో జన్మించారు. మొదట ఆర్ట్స్ చదువుతూ 1910లో హిస్టరీలో పట్టభద్రుడయ్యాడు. తరవాత సైన్సుపై ఇష్టంతో చదివి 1913లో పట్టభద్రుడయ్యాడు. 1924లో పారిస్ విశ్వవిద్యాలయంలో సైన్స్ విభాగంలో పరిశోధనాత్మక వ్యాసం (క్వాంటం యాంత్రిక శాస్త్రంలో) సమర్పించడం ద్వారా డాక్టరేట్ పొందాడు. రెండు సంవత్సరాల కృషి ఫలితమైన ఈ వ్యాసంలో ఎన్నో ఆవిష్కరణలు ఉన్నాయి. ఈ భావనలు తరంగ యాంత్రిక శాస్త్రం అనే కొత్త భౌతికశాస్త్ర దృగ్విషయం కనుగొనుటకు ఉపయోగపడింది. ఇది పరమాణు పరిమాణంలోని భౌతిక దృగ్విషయాలను అర్థం చేసుకొనే పద్ధతిని మార్చింది.

1929 లో అతనికి ఎలక్ట్రాన్ తరంగ స్వభావం కనుగొన్నందుకు నోబెల్ బహుమంతి లభించింది.

25.4.1 డీ బ్రోగ్లీ తరంగాల అస్థిత్వాన్ని నిరూపించే ప్రయోగం

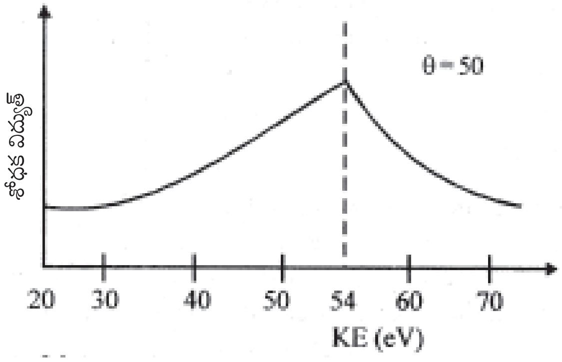


పటం 25.6 ద్రవ్య తరంగాల అస్థిత్వాన్ని రుజువు పరచు ప్రయోగ అమరిక

డెవిసన్–గెర్మర్ ప్రయోగ పథకాత్మక పటం 25.6లో చూపబడింది. ఈ అమరికలో F ఫిలమెంటు, ఇది ఎలక్ట్రాన్‌ల

జనకంగా పనిచేస్తుంది. ఈ ఫిలమెంటు ద్వారా ఉద్గారమయిన ఎలక్ట్రాన్‌లను అనేక చీలికలు గల లోహ విభాజకం ద్వారా ప్రయాణించునట్లు చేయవలెను. ఫిలమెంటు ద్వారా ఉద్గారమయిన ఎలక్ట్రాన్‌లు వివిధ దిశల్లో ప్రయాణిస్తాయి. లోహపు విభాజకం ఈ ఎలక్ట్రాన్‌లను సమాంతీకరించుటకు ఉపయోగపడుతుంది. విభాజకాల గుండా ప్రయాణించే ఎలక్ట్రాన్‌లు మాత్రమే బయటకి వస్తాయి.

సమాంతీకరించిన ఎలక్ట్రాన్ ధార శక్తిని, త్వరణ వోల్టేజి పరిమాణమును మార్చుట ద్వారా నియంత్రించవచ్చు. ఎలక్ట్రాన్ ధార నికెల్ ఏక స్ఫటికంపై లంబంగా పడేటట్లు చేస్తారు. ఈ నిర్మాణంలో ఒక D అనే శోధకం ఉంటుంది. దీన్ని లక్ష్యంగా గల స్ఫటికానికి గల లంబంగా ఏదైనా కోణంలో పెట్టవచ్చు. ఇది పరావర్తన కిరణ తీవ్రతను కనుగొనుటకు ఉపయోగపడుతుంది. నికెల్ లోహంను తీసుకొనడంలో ఏ ప్రత్యేకత లేదని గ్రహించాలి.



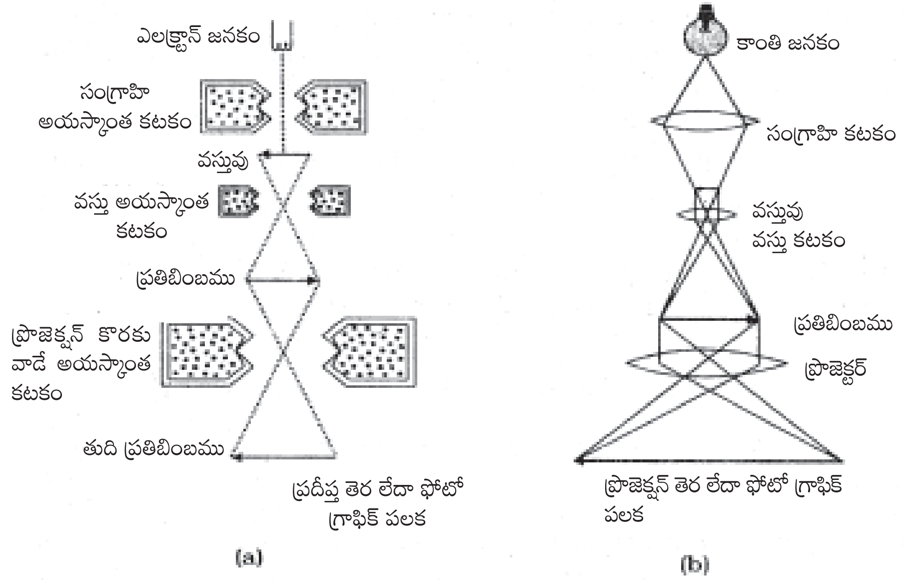
పటం 25.7 ఎలక్ట్రాన్‌ల శోధక విద్యుత్ మరియు గతిజశక్తుల మధ్య గ్రాఫ్

$\theta = 50^o$ తో పతనమయిన ఎలక్ట్రాన్‌లకు శోధక విద్యుత్, గతిజశక్తుల మధ్య గ్రాఫ్‌ను పటం (25.7) సూచిస్తుంది. దీనిని పరిశీలించిన ఎలక్ట్రాన్ గతిజశక్తి 54 eV అయిన శోధక విద్యుత్ గరిష్ఠంగా ఉంటుంది. ఈ ఎలక్ట్రాన్‌ల తరంగదైర్ఘ్యాన్ని గణించిన

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}\,\text{Js}}{\left(2\times\left(9.1\times10^{-31}\,\text{kg}\right)\times54\times1.6\times10^{-19}\,\text{J}\right)^{1/2}} = 1.67\ \text{A}^o.$$

25.4.2 డి బ్రోగ్లీ తరంగాల అనువర్తనాలు

ఎలక్ట్రాన్‌ల గతిజశక్తిని పెంచి తక్కువ విలువలుగల తరంగదైర్ఘ్యాలను పొందవచ్చు అని మీకు తెలుసు. పాఠం 23 నుండి దృశా మైక్రోస్కోప్ యొక్క పృథక్కరణ సామర్థ్యం (Resolving power) ఉపయోగించిన కాంతి తరంగదైర్ఘ్యంపై ఆధారపడి ఉంటుందని గ్రహించవచ్చు. తరంగదైర్ఘ్యం తగ్గిన పృథక్కరణం పెరుగుతుంది. మైక్రోస్కోప్‌లో ఫోటాన్ బదులు చాలా శక్తివంతమైన ఎలక్ట్రాన్ కిరణం వాడిన ఏమవుతుందో ఊహించగలరా? ఎలక్ట్రాన్‌లకు సంబంధించిన డి బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని తగ్గించిన పృథక్కరణం మరియు ఆవర్ధకాన్ని గరిష్ఠంగా సాధించవచ్చు. ఈ పరిజ్ఞానాన్ని ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్‌లో వాడతారు. ఇది డి బ్రోగ్లీ తరంగాల అనువర్తనాల్లో అత్యంత ఉపయోగకరమైంది. దృశా మైక్రోస్కోప్, ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్‌ల నిర్మాణం పనిచేసే విధానం పోలిక పటం 25.8 లో చూపబడింది.



పటం 25.8 : (ఎ) ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్ (బి) దృశా మైక్రోస్కోప్

ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్

ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్ ఒక సాంకేతిక పరికరం. ఇందులో చాలా శక్తివంతమైన ఎలక్ట్రానుల పుంజాన్ని వస్తువులను సూక్ష్మంగా పరీక్షించుటకు వాడతారు. వస్తువులను సూక్ష్మంగా పరిశీలించడం ద్వారా మనకు కింది విషయాలు తెలుస్తాయి. ఒక వస్తువు ఉపరితల లక్షణాలు లేదా అది ఎలా కనిపిస్తుంది అనే విషయాన్ని, దాని కూర్పు; పదార్థ ధర్మాలు మరియు ఈ లక్షణాల మధ్య సంబంధం (గట్టిదనం, పరావర్తకత మొదలగు ధర్మాలు), రూపం మరియు పదార్థం తయారైన కణాల పరిమాణం; పదార్థ నిర్మాణం మరియు పదార్థ ధర్మాలు (బలం, చర్యాశీలత మొదలగు) పదార్థ తయారీలో వాడిన మూలకాలు సమ్మేళనాలు వాటి సాపేక్ష విలువలు; పదార్థ సమ్మేళనం మరియు పదార్థ ధర్మాలు ద్రవీభవన స్థానం, చర్యాశీలత, కఠినత మొదలగు) ల మధ్య సంబంధం. ఈ వస్తువులో పరమాణువుల అమరిక.

దేవిజన్ – గెర్మర్‌ల ఎలక్ట్రాన్ ప్రయోగ కథ

డీబ్రోగ్లీ ఊహించిన ద్రవ్య తరంగాల ఉనికిని మొదటిసారిగా దేవిజన్ – గెర్మర్‌లు 1925లో అమెరికాలో అనుకోకుండా ప్రయోగపూర్వకముగా కనుగొన్నారు. వారు ఒక నికెల్ దిమ్మె మీదకు ఎలక్ట్రాన్ పుంజాన్ని పంపించి వివిధ దిశలలో పరిక్షేపణం చెందిన ఎలక్ట్రాన్‌ల తీవ్రతను పరిశీలిస్తున్నారు. ప్రమాదవశాత్తు పరికరాన్ని శూన్యకరించే వ్యవస్థ విరిగిపోయి గాలి చొరబడటం వల్ల నికెల్ లక్ష్యానికి ఆక్సైడ్ పొర ఏర్పడింది.

ఈ విధంగా విరిగిపోవడం మళ్ళీ సరిచేయడం అనే పద్ధతి ఎలక్ట్రాన్ వివర్తనాన్ని కనుగొనడంలో ముఖ్యపాత్రను పోషించింది. 6-4-1925 కల్ల రిపేర్లను పూర్తి చేసిన నాళాన్ని తిరిగి ఉపయోగించారు. తరువాత వారాలలో చేసిన ప్రయోగాలలోని ఫలితాలు నాలుగు సంవత్సరాల క్రితం వచ్చిన ఫలితాల వలెనే ఉన్నాయి. మే నెల మధ్యలో అనూహ్యమైన ఫలితాల రావడం మొదలయ్యాయి. ఈ ఫలితాలకు చూసి దేవిసన్ మరియు గేరమ్ ఆశ్చర్యానికి లోనై, దీనికి కారణం కనుగొనడానికి నాళికను కోసి పరీక్షించారు. (F.F. లూకస్ అనే మైక్రోస్కోపిస్తే

సహాయంతో) అధిక ఉష్ణోగ్రత వల్ల పాలీక్రిష్టలీన్ నికెల్ లక్షం, పది క్రిష్టల్ పొరలగా మారే, ఎలక్ట్రాన్ పుంజం విక్షేపణం చెందినది. లక్ష్యము పొందిన కొత్త స్ఫటిక అమరిక వల్ల విక్షేపణ వ్యూహం ఏర్పడినదని దేవిన్‌సన్, గర్‌మర్ అనుకొన్నారు. అనగా అణువుల నిర్మాణం వల్ల కాక, స్ఫటికంలో అణువుల అమరిక వల్ల విక్షేపణ వ్యూహంలోని తీవ్రతకు కారణం.

1926 వేసవిలో దేవిసన్ మరియు అతని భార్య వారి బంధువులను చూడానికి ఇంగ్లాండ్‌కు వెళ్ళారు. ఆ సమయంలో సిద్ధాంతాత్మక భౌతిక శాస్త్రంలో చాలా మార్పులు చేసుకొన్నాయి. 1926 తొలి నెలలో ష్రోడింగర్ తరంగ యాంత్రిక శాస్త్రంలో ఎన్నో పరిశోధనలు చేసి వ్యాసాలు వెలువరచాడు. 1923-24లో డీబ్రోగ్లీ మరియు 1925లో ఐనస్టీన్ క్వాంటమ్ వాయువుపై వ్యాసాలు రాసారు. ఆక్స్‌ఫోడ్‌లో జరిగిన ఒక సమావేశంలో (British Association for the Advancement of Science) ఈ వ్యాసాలు చర్చనీయాంశాలు అయ్యాయి.

క్వాంటమ్ యాంత్రికశాస్త్రం గురించి అంతగా తెలియని డెవిసన్ ఈ సమావేశానికి హాజరై బోర్, తాను కుస్‌మెన్‌తో ప్లాటినమ్ లక్ష్యంగా చేసినప్పుడు వచ్చిన రేఖల గూర్చి డీబ్రోగ్లీ ఎలక్ట్రాన్ తరంగాల ఉనికి చెప్పిన ఉపన్యాసాన్ని విని ఆశ్చర్యపోయాడు.

1937లో డేవిజన్ భౌతికశాస్త్రంలో నోబెల్ బహుమతిని జి.పి. తామ్‌సన్ (G.P. Thomson) తో పంచుకున్నారు.

దృశా మైక్రోస్కోప్‌లో 500 లేదా 1000 రెట్ల ఆవర్ధకం మరియు 0.2 మైక్రోమీటర్ల వియోజనం మాత్రమే సాధ్యం. ఈ అవధిని 1930లో చేరుకున్నారు. జీవ సంబంధమైన సెల్‌లను (న్యూక్లియస్, మైటోకాండ్రియా మొదలగు) మరింత పరిశీలించాలన్న తపన ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్ ఆవిష్కారంకు కారణమైంది. ఇది 10,000 రెట్ల ఆవర్ధకం గల పరికరంతో కాని సాధ్యంకాదు.

ప్రసార ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్ (Transmission Electron Microscope - TEM) మొదటి ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్. ఇది కాంతి బదులుగా ఎలక్ట్రాన్ పుంజాన్ని వాడడం తప్ప దృశా మైక్రోస్కోప్ లాగానే పనిచేస్తుంది. దీనిని 1931 సంవత్సరంలో మాక్స్‌వెల్ (Maxwell) మరియు ఎర్నెస్ట్ రుసుకా (Ernst Ruska) జర్మనీలో ఆవిష్కరించారు.

ప్రసార ఎలక్ట్రాన్ మైక్రోస్కోప్ (Transmission Electron Microscope (TEM)

TEM స్లైడ్ ప్రొజెక్టర్ (projector) లాగా పనిచేస్తుంది. ప్రొజెక్టర్ కాంతిపుంజాన్ని స్లైడ్‌పైకి పంపిస్తుంది. స్లైడ్‌పై ఉన్న నిర్మాణాలు మరియు వస్తువులవల్ల కాంతిలో కొంత భాగం నిరోధించబడి మిగతా కాంతిలో కొంత భాగం స్లైడ్‌వల్ల నిరోధించబడి, మిగిలిన కాంతి మాత్రమే ప్రసారమవుతుంది. దీన్ని తెరపై ప్రసరింపచేయడం ద్వారా స్లైడ్ యొక్క పెద్దదైన ప్రతిబింబాన్ని చూడవచ్చు.

TEM లు ఎలక్ట్రాన్‌లను నమూనా గుండా ప్రకాశింపచేయడం తప్ప పై విధంగానే పనిచేస్తాయి. స్లైడ్ ద్వారా బయటికి ప్రసారమైన ఎలక్ట్రాన్‌లను ఫాస్ఫరస్ తెరపై ప్రక్షేపకం చేసి చూపిస్తారు.

ఎలక్ట్రాన్ గన్ ఏకవర్ణ ఎలక్ట్రాన్ ధారను ఏర్పరుస్తుంది. ఈ ధారను రెండు సంగ్రహ కటకాల సహాయంతో చిన్నని, సన్నని, సంబద్ధ పుంజంగా మారుస్తారు. మొదటి కటకం (బిందు రూపంలో ఉన్న స్క్రూతో మారుస్తారు) బిందు పరిమాణాన్ని నిర్ధారిస్తుంది. రెండవ కటకం (తీవ్రత లేదా ద్యుతి స్క్రూతో మారుస్తారు) నమూనాపై బిందు పరిమాణాన్ని మారుస్తుంది.

విక్షిప్త ధారను సన్నని చుక్కలాంటి బిందువుగా మారుస్తుంది. దృశాక్షానికి దూరంగా ఎక్కువ కోణంతో ఉన్న ఎలక్ట్రాన్‌లను కండెన్‌సర్ అపర్చర్‌ను (condenser aperture) వాడడం ద్వారా కట్టుబాటు చేస్తారు. ఈ ధార నమూనాను తాకే కొంత భాగం వెలువడుతుంది.

వస్తు కటకంలో ప్రసారిత భాగాన్ని కేంద్రీకరిస్తారు. selected area metal aperture ద్వారా ధారను కట్టుబాటు చేస్తారు. ఎక్కువ కోణాల్లోని ఎలక్ట్రాన్‌ల వివర్తనాన్ని ఆపుట ద్వారా వస్తుకటక అపర్చర్ ద్యుతిని పెంచుతుంది. లోహ అపర్చర్ నమూనాలోని అణువుల అమరికవల్ల జరిగే ఆవర్తన వివర్తనాన్ని పరిశీలించడానికి ఉపయోగపడుతుంది. మాధ్యమిక మరియు ప్రక్షేపక కటకాల ద్వారా పోతూ ప్రతిబింబం వృద్ధి చెందుతుంది.

ప్రతిబింబం ఫాస్పరస్ తెరను తాకిన చోట కాంతి ఉత్పత్తి అవుతుంది. తద్వారా మనం ప్రతిబినిబాన్ని చూడవచ్చు. చీకటి ప్రాంతంగల ప్రతిబింబ భాగం తక్కువ ఎలక్ట్రాన్‌ల ప్రసారమును, కాంతివంతమైన ప్రాంతంగల భాగం ఎక్కువ ఎలక్ట్రాన్‌ల ప్రసారాన్ని సూచిస్తుంది.

ఉదాహరణ 25.2: 182 V పొటెన్షియల్ తేడా మధ్య ఒక ఎలక్ట్రాన్ త్వరణం చెందినదాని తరంగదైర్ఘ్యాన్ని కనుగొనండి.

సాధన: డి బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యం $\lambda = \frac{h}{P} = \frac{12.3}{\sqrt{V}}\ {}^{o}A$

ఇక్కడ $V = 182$ V

$$\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{182}}\ {}^{o}A = \frac{12.3}{13.5} = 0.91^{o}\ A$$

ఉదాహరణ 25.3: 10^{15} Hz పౌనఃపున్యంతో కాంతి జింక్ పలకపై పతనమైనప్పుడు వెలువడే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల గరిష్ఠ గతిజశక్తిని కనుగొనండి. జింక్ పని ప్రమేయం 3.4 eV.

సాధన: ఐన్‌స్టీన్ సంబంధాల ప్రకారం $h\nu = \phi_0 + k_{max}$

ఈ లెక్కకు $h = 6.625\times10^{-34}\,Js, \nu = 10^{15}\,Hz,\quad E = h\nu = 6.625\times10^{-34}\times10^{15} = 6.625\times10^{-19}\,J$

మరియు $\phi_0 = 3.4\ eV = 3.4\times1.602\times10^{19}\,J = 5.4468\times10^{-19}\,J$

$$K_{max} = E - \phi_0 = (6.625 - 5.447)\times10^{-19}\,J = 1.17\times10^{-19}\,J.$$

పాఠంలోని ప్రశ్నలు 25.4

1. కింది వాక్యాలు సరియైనవో, కాదో తెలపండి.

 a) డీ బ్రోగ్లీ ప్రకారం స్థిరమైన కణాలు తరంగ లక్షణాలను వ్యక్తపరుస్తాయి.

 ....

b) ద్రవ్య తరంగాలు డీ బ్రోగ్లీ తరంగాలవంటివే.

....

c) శక్తివంతమైన ఎలక్ట్రాన్‌లను వాడడం డీ బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యం తగ్గించడం ద్వారా మైక్రోస్కోప్ యొక్క పృథక్కరణమును చాలా తగ్గించవచ్చు.

....

2. ఒక 50 g బంతిని 20 cm s^{-1} వేగంతో ఒక బల్లపై దొర్లించిన దానితో ముడిపడి ఉన్న తరంగదైర్ఘ్యం ఎంత పెద్దది? $h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js.

....

3. మనం క్రికెట్ బంతితో డి బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యాన్ని ఎందుకు పరిశీలించలేము?

....

మీరు ఏమి నేర్చుకున్నారు

- ఒక లోహతలంపై సరియైన పౌనఃపున్యంతో కాంతిని పతనం చెందించిన వెలువడు ఎలక్ట్రాన్‌లను కాంతి ఉద్గారం అంటారు.
- కాంతి విద్యుత్ ఉద్గారంలో ఎలక్ట్రాన్‌లు కాంతి నుండి శక్తిని పెంపొందించుకుంటాయి.
- పతన కాంతి పౌనఃపున్యం పెరిగిన నిరోధక శక్మం పెరుగుతుంది.
- ప్రతి లోహం ν_0 అనే పౌనఃపున్యం కలిగి ఉంటుంది. దీని కంటె తక్కువ పౌనఃపున్యంతో కాంతి విద్యుత్ ఫలితం జరగదు.
- ఫోటో ఎలక్ట్రాన్ గరిష్ఠ వేగం పౌనఃపున్యం పెరిగితే పెరుగుతుంది. కాని ఇది పతనకాంతి తీవ్రతపై ఆధారపడదు.
- ఉద్గార ఉపరితలంలో ఏదైన ఒక పౌనఃపున్యం వద్ద ప్రతి చదరపు సెంటి మీటరులో ఉద్గారమయ్యే ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్య పతనకాంతి తీవ్రతకు అనులోమానుపాతంలో ఉంటుంది.
- ఐన్‌స్టీన్ కాంతి ఫోటాన్‌లను కలిగి ఉంటుందని భావించాడు. ప్రతి ఫోటాన్ $h\nu$ శక్తిని కలిగి ఉంటుంది. ఇక్కడ ν పౌనఃపున్యం h ప్లాంక్ స్థిరాంకం.
- కాంతి ఉద్గారక తరహాలోని కాంతి నాళిక, కాంతి విద్యుత్ ఫలితంపై ఆధారపడి ఉంటుంది.
- పతన కాంతి తీవ్రత పెరిగిన కాంతి నాళిక సంతృప్త కరెంట్ పెరుగుతుంది.
- చలనంలో ఉన్న కణం ఒక తరంగంతో సహచర్యం కలిగి ఉంటుంది. దాని తరంగదైర్ఘ్యం h/P. ఇందులో P ద్రవ్యవేగం.

ముగింపు అభ్యాసం

1. కాంతి విద్యుత్ ఉద్గారంలో పతన ఫోటాన్ ఏమవుతుంది?
2. ఫోటాన్ మరియు ద్రవ్యకణాల మధ్య తేడా ఏమిటి?
3. మన రోజువారి జీవితంలో ద్రవ్యం తరంగ స్వభావం ఎందుకు చూడలేము?
4. పతనకాంతి తరంగదైర్ఘ్యం పెరిగితే ఫోటో కాంతి ఎలక్ట్రాన్ వేగం ఏమవతుంది?
5. ఒక లోహం ఆరంభ పౌనఃపున్యం 5×10^{14} Hz అయిన 6000 A^o తరంగదైర్ఘ్యం గల ఫోటాన్, శక్తివంతమైన కాంతి ఎలక్ట్రాన్‌ను ఉద్గారం చేయగలదా?
6. ఒక లోహ ఆరంభ పౌనఃపున్యం పతన వికిరణంపై ఆధారపడుతుందా?
7. కాంతి ఘటం ఉపయోగాలు వ్రాయండి.
8. డెవిజన్ మరియు గెర్మర్ ప్రయోగ ఉద్దేశ్యం ఏమిటి? అది ఏ సూత్రంపై ఆధారపడుతుంది.
9. కాంతి విద్యుత్ ఫలితం అధ్యయనం చేయుటకు ఉపయోగపడే ప్రయోగాలను వివరించండి.
10. కింది పదాలను వివరించండి.

    a) సంతృప్త వోల్టేజి b) నిరోధక శక్మం (potential)
11. కాంతి విద్యుత్ ఉద్గార నియమాలను వ్రాయండి.
12. ఐన్‌స్టీన్ కాంతి విద్యుత్ ఫలితంలోని ముఖ్య లక్షణాలు తెలపండి.
13. $h\nu = E_0 + k_{max}$ అనే ఐన్‌స్టీన్ సంబంధం వివరించండి.
14. ఎలక్ట్రాన్ $v = 1 \times 10^8\ ms^{-1}$ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న దానితో ముడిపడిన తరంగదైర్ఘ్యాన్ని కనుక్కోండి. ఎలక్ట్రాన్ ద్రవ్యరాశి $= 9.1 \times 10^{-31}$ kg $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js గా తీసుకోండి.
15. డి బ్రోగ్లీ తరంగాల ఉనికిని తెలిపే ప్రయోగం వివరించండి.
16. V శక్మం భేదం మధ్య త్వరణం చెందే ఎలక్ట్రాన్ డీ బ్రోగ్లీ తరంగదైర్ఘ్యం

    $\lambda = \frac{12.3}{\sqrt{V}} A^o$ అని నిరూపించండి.

పాఠంలోని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు

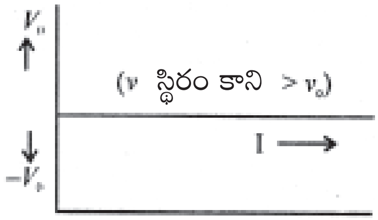
25.1

1. a) తప్పు b) తప్పు c) సరియైనది.

2. x- అంతఃఖండం ఆరంభ పౌన్యఃపున్యం, y - అంతఃఖండం, పని ప్రమేయం (ϕ_0), e ల లబ్ధాన్ని ఇస్తుంది.

$v_0 = \frac{h}{e}\nu_0 - \frac{h}{e}\nu_0$, గ్రాఫ్ వాలు $\frac{h}{e}$ ను ఇస్తుంది.

3.



25.2

1. $\lambda = \frac{h}{P} = P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{c/v} = \frac{h\nu}{c}$

2. $E = \frac{hc}{\lambda}$ λ ద్వంద్వమయిన E సగం అవుతుంది.

3. మార్పు ఉండదు.

25.3

1. (a) కాదు (b) కాదు (c) అవును

2. (i) సినిమా ఫిల్మ్‌లో ధ్వనిని ప్రత్యుత్పత్తి చేయడం (ii) చిత్రాలను దూరప్రాంతాలకు ప్రసారం చేయుట (iii) నేరపరిశోధన పద్ధతులలో

3. ఫోటో ఎలక్ట్రాన్‌ల సంఖ్య 4 రెట్లు పెరుగుతుంది.

25.4

1. (a) తప్పు (b) సరియైనది (c) సరియైనది

2. $P = m\nu$, $\lambda = \frac{h}{P}$

   Here $m = 50g = 0.05kg$ and $\nu = 20\ cms^{-1} = 0.02ms^{-1}$.

   $\therefore\ \lambda = 6.6 \times 10^{-32}m$

3. సమీకరణము 25.14 ప్రకారము భారము పెరిగిన కొద్ది తరంగదైర్ఘ్యము λ చిన్నదగును. క్రికెట్ బంతితో కూడ అలాగే అగును.

4. 7.25 A^o.

ముగింపు అభ్యాసానికి సమాధానాలు

14. 7.25 A^o.